

ESTUDO DA PIRÂMIDE E DO CILINDRO

Estudo da Pirâmide

Pirâmide é todo poliedro formado por uma face inferior e um vértice que une todas as faces laterais. Ela é composta por:

Altura: é a distância entre o vértice da pirâmide e o plano da base;

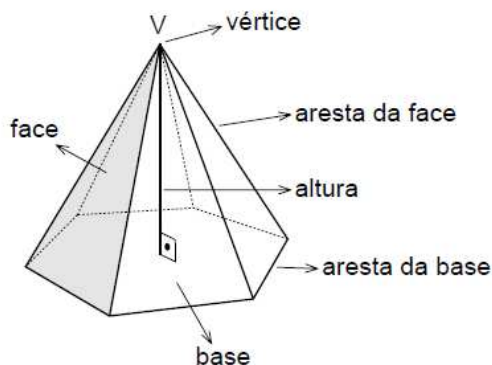
Vértice: ponto onde as arestas se encontram;

Base: região plana poligonal sobre a qual a pirâmide se apóia;

Faces laterais: são as faces que formam as laterais da pirâmide, todas são triângulos unidos por um único vértice;

Arestas: são os segmentos de reta, localizados nas extremidades de cada face;

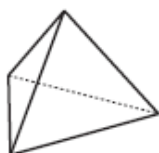
Apótema lateral: É a altura de cada face lateral.



Nomenclatura

As pirâmides recebem seus nomes de acordo com sua base, então:

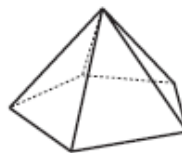
- Triângulo: Pirâmide **triangular**
- Quadrilátero: Pirâmide **quadrangular**
- Hexágono: Pirâmide **hexagonal**



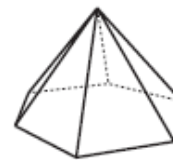
Pirâmide Triangular
(tetraedro)



Pirâmide
quadrangular



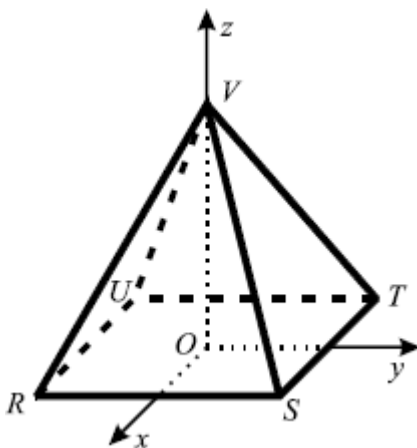
Pirâmide
Pentagonal



Pirâmide
hexagonal

Pirâmide Reta

Uma pirâmide é classificada como reta quando todas as arestas laterais são congruentes, caso contrário ela é classificada como oblíqua. Uma maneira mais fácil de identificar uma pirâmide reta é quanto o centro da base da pirâmide está alinhado com o vértice superior da pirâmide, em outras palavras, é possível traçar uma reta do vértice ao centro do polígono na base da pirâmide.

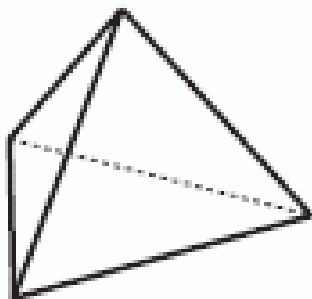


Pirâmide Regular

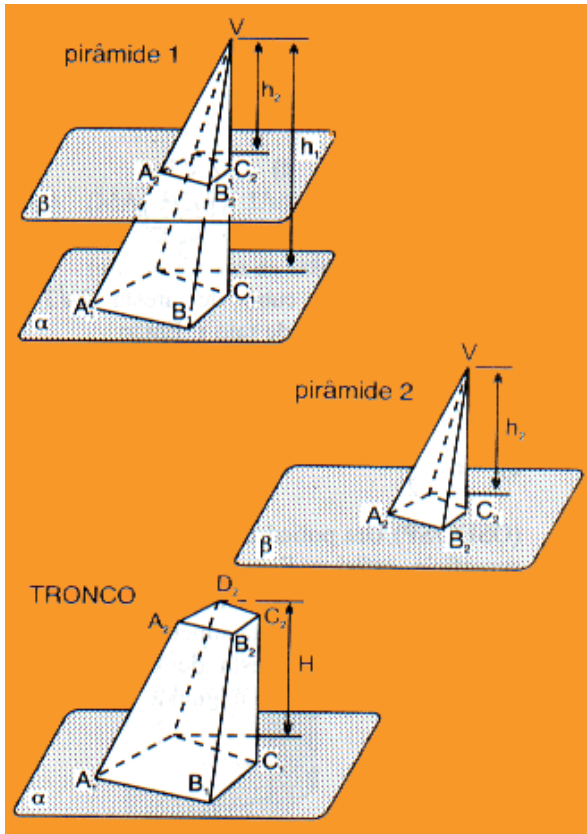
Pirâmide regular é uma pirâmide reta, cuja base é um polígono regular, que pode ser inscrito dentro de uma circunferência.

Exceção: Tetraedro

É uma pirâmide formada por quatro regiões triangulares congruentes e eqüiláteras. Nele, qualquer uma das faces pode ser considerada base. O tetraedro é um caso particular de pirâmide regular.



Tronco de uma pirâmide regular



Consideremos duas retas paralelas. Elas cortam a pirâmide, assim formando duas figuras: uma pirâmide menor e uma outra que iremos chamar de tronco da pirâmide. Para acharmos o volume desse tronco, usaremos a seguinte fórmula:

$V_T = V_1 - V_2$ (subtraindo o volume da pirâmide maior com o volume da menor); ou $V = h/3 [B + (\sqrt{B \cdot b}) + b]$, sendo B a área da base maior, b a área da base menor e h a altura do tronco (que é encontrada subtraindo a altura máxima da pirâmide menos a altura da pirâmide menor).

Exemplo: qual é o volume de um tronco de pirâmide quadrangular regular, sabendo que os lados das bases medem 10 cm e 4 cm e a altura do tronco é igual a 4 cm?

No tronco as bases são quadradas, logo:

$$B = 10^2 = 100$$

$$b = 4^2 = 16$$

e

$$h = 4$$

Assim:

$$V = h/3 [B + (\sqrt{B \cdot b}) + b]$$

$$V = 4/3 [100 + (\sqrt{100 \cdot 16}) + 16]$$

$$V = 4/3 [100 + 4 \cdot 10 + 16]$$

$$V = 4/3 [100 + 40 + 16]$$

$$V = 4/3 \cdot 156$$

$$V = 624/3$$

$$V = 208 \text{ cm}^3.$$

Áreas da Pirâmide

Área da base

A área da base de uma pirâmide depende da área do polígono em questão. Caso seja um polígono regular, como por exemplo, pentágono, hexágono, entre outros, usamos a seguinte fórmula:

$$A = (a \cdot P) / 2$$
$$A_Q = l^2$$

Onde a é a medida da apótema e P é o perímetro; e l é a medida do lado do quadrado.

Área lateral

É a soma de todas as áreas das faces laterais.

$$A_L = A_{\text{Triângulo}} \cdot n$$
$$A_L = (B \cdot h / 2) \cdot n$$

Onde **n** = é o número total de faces laterais.

Área total

Para calcularmos a área da pirâmide, usamos a seguinte fórmula:

$$A_t = A_l + A_b$$

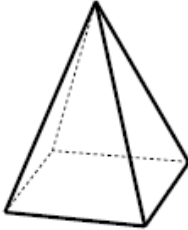
Volume da Pirâmide

O volume de uma pirâmide pode ser obtido com um terço do produto da área da base pela altura da pirâmide, isto é:

$$V_{\text{pirâmide}} = \frac{1}{3} V_{\text{prisma}} = \frac{1}{3} A_b \cdot h \quad \text{ou} \quad V = \frac{A_b \cdot h}{3}$$

Exemplos:

1. Qual o volume de uma pirâmide quadrangular, cuja altura mede 5 cm e a aresta da base, 3 cm?



$$A_{\text{BASE}} = 3 \times 3 = 3^2 = 9 \text{ cm}^2$$

$$V = (9 \cdot 5) / 3 = 15 \text{ cm}^3$$

R: O volume dessa pirâmide é de 15 cm³.

2. Uma pirâmide quadrangular regular tem todas as arestas iguais, sendo a área da base igual a 16cm². Qual é a área total da pirâmide?

$$A_t = A_l + A_b$$

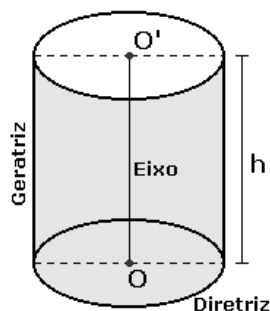
$$A_{\text{base}} = 16 \text{ cm}^2 \text{ (sendo um quadrado, medida da aresta é 4 cm, pois } 4^2=16\text{)}.$$

$$A_{\text{lateral}} = 4(b \cdot h / 2) = 4(4 \cdot 4 / 2) = 4(8) = 32 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{total}} = 32 + 16 = 48 \text{ cm}^2$$

Estudo do Cilindro

O cilindro possui duas bases em planos paralelos e uma superfície descrita pelo movimento de uma reta sobre a curva das bases. Essa reta é denominada **geratriz** e a curva que ela percorre é chamada de **diretriz**.



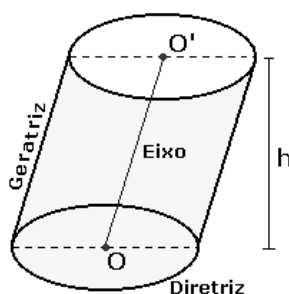
Componentes do cilindro:

- **Base:** superfície plana que contém a curva diretriz;
- **Eixo:** reta que une o centro das duas bases;
- **Altura:** distância entre os planos das bases;
- **Superfície lateral:** conjunto descrito pelo movimento da reta geratriz;

Classificação dos Cilindros

Os cilindros podem ser classificados como:

- **Cilindro reto:** quando a geratriz forma um ângulo reto com as bases;
- **Cilindro oblíquo:** quando a geratriz é oblíqua ao plano das bases;



Área do Cilindro

A área total do cilindro circular é calculada somando sua área lateral com a área de suas duas bases. A área da superfície lateral é a área de um retângulo e a área de suas bases são áreas de círculos, então:

$$A_{\text{total}} = A_{\text{lateral}} + 2 A_{\text{base}} = 2\pi rh + 2\pi r^2$$

Volume do cilindro

Para calcular o volume do cilindro basta multiplicar a área de sua base pela sua altura. Assim, para o cilindro circular:

$$V = A_b \cdot h = \pi r^2 h$$

Exercícios

- 1 - Determine a área total de uma pirâmide cuja altura é 15 cm e cuja base é um quadrado de 16 cm de lado.
- 2 - A aresta da base de uma pirâmide quadrada mede 10 cm e a altura da pirâmide mede 12 cm. Determine o volume da pirâmide.
- 3 - Sabendo que uma pirâmide triangular tem altura de 16 cm e a aresta da base tem 3 cm, calcule a sua área.
- 4 - A parte mais alta da torre de uma igreja é uma pirâmide quadrada. A aresta da base tem 6 m e a altura da pirâmide é 4 m. Qual o volume dessa parte da torre?
- 5 - O diâmetro da base de um cilindro reto é 12 cm e a altura é 5 cm. Calcule sua área total.
- 6 - Qual é o volume de um cilindro de revolução de raio da base $r = 4,0$ dm e altura 7,5 dm?
- 7 - Um cilindro circular reto tem raio igual a 3 cm e altura 3cm. Determine o volume.
- 8 - Calcular a área total de um cilindro que tem 24 cm de diâmetro da base e 38 cm de altura.