

ETEC “Cel. Fernando Febeliano da Costa”
Centro Paula Souza

Relações Métricas do Triângulo Retângulo

Integrantes:

Ana Maria Pedrita, n° 03

Elita Maria Venâncio, n°09

Jonathan Semmler, n° 16

Marcos Rafael Berto, n° 22

Murilo Baptista de Lima, n° 27

2ª série B

Professora Márcia Capretz

Disciplina: Matemática

Sumário

1. Introdução	03
2. Definição de Triângulo Retângulo.....	04
3. Relações Métricas do Triângulo Retângulo.....	05
4. Quem foi Pitágoras?	06
5. Teorema de Pitágoras	07
5.1. Exemplos	08
5.2. Curiosidades	09
5.3. Ternas Pitagóricas.....	09
6. Aplicações do Teorema de Pitágoras.....	10
6.1. Diagonal do Quadrado.....	10
6.2. Altura de um Triângulo Equilátero.....	11
6.3. Diagonal do Bloco de Retangular (Paralelepípedo)	12
6.4. Diagonal do Cubo (caso particular do paralelepípedo)	13
7. Bibliografia	14

1. Introdução

O trabalho foi realizado a pedido da professora Márcia que ensina-nos Matemática. O tema foi pré-definido e depois escolhido pelos grupos.

A efetuação deste deve-se para que possamos aperfeiçoar mais o nosso conhecimento sobre determinada área da Matemática, no caso sobre Relações Métricas do triângulo Retângulo. Além disso, também buscamos a menção pela consumação do mesmo.

O trabalho visa o aprendizado por meio de pesquisas, que também é um modo válido e pode ajudar muitas pessoas no seu desenvolvimento escolar. Nosso principal objetivo é explicar de forma sintetizada, todas as áreas que abrangem o tema do trabalho.

2. Definição de Triângulo Retângulo

Triângulo retângulo é todo triângulo que tem um ângulo reto. O triângulo ABC é retângulo em A e seus elementos são:

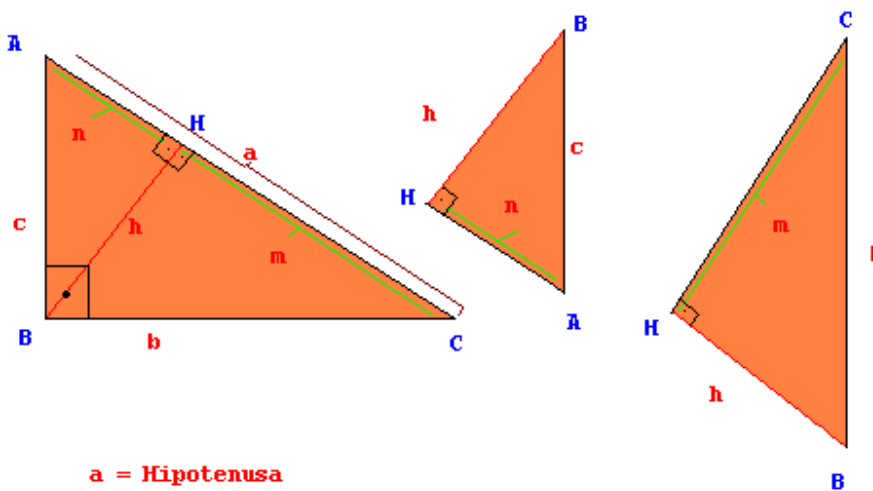
a: hipotenusa

b e c: catetos

h: altura relativa à hipotenusa

m e n: projeções ortogonais dos catetos sobre a hipotenusa.

Os três triângulos formados são retângulos e semelhantes.



a = Hipotenusa
b = Maior Cateto
c = Menor Cateto
h = Altura relativa à hipotenusa
m = Projeção do cateto b
n = Projeção do cateto c

3. Relações Métricas do Triângulo Retângulo

Para um triângulo retângulo ABC podemos estabelecer algumas relações entre as medidas de seus elementos:

1- O quadrado de um cateto é igual ao produto da hipotenusa pela projeção desse cateto sobre a hipotenusa.

$$b^2 = a.n$$

$$c^2 = a.m$$

2- O produto dos catetos é igual ao produto da hipotenusa pela altura relativa à hipotenusa.

$$b.c = a.h$$

3- O quadrado da altura é igual ao produto das projeções dos catetos sobre a hipotenusa.

$$h^2 = m.n$$

4- O quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Essa relação é conhecida pelo nome de Teorema de Pitágoras.

4. Quem foi Pitágoras?

Pitágoras, um dos maiores filósofos da Europa antiga, era filho de um gravador, Mnesarco. Nasceu cerca de 580 anos a.c., em Samos, uma ilha do mar Egeu, ou, segundo alguns, em Sidon, na Fenícia. Muito pouco se sabe sobre a sua juventude, a não ser que conquistou prémios nos Jogos Olímpicos.

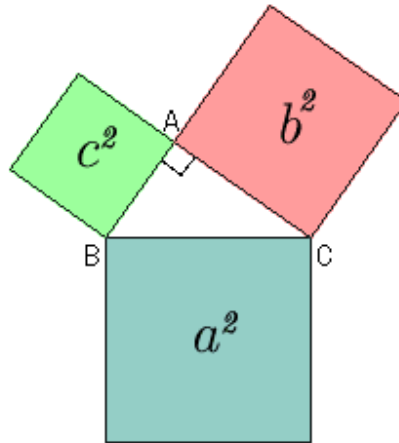
Chegando à idade adulta e não se sentindo satisfeito com os conhecimentos adquiridos em sua terra, deixou a ilha onde vivia e passou muitos anos a viajar, visitando a maioria dos grandes centros da sabedoria. A história conta a sua peregrinação em busca de conhecimentos, que se estenderam ao Egito, Indostão, Pérsia, Creta e Palestina, e como adquiriu em cada país novas informações, conseguiu familiarizar-se com a Sabedoria Esotérica, assim como os conhecimentos exotéricos neles disponíveis.

Voltou, com a mente repleta de conhecimentos e a capacidade de julgamento amadurecida, à sua terra, onde tencionava abrir uma escola para divulgar os seus conhecimentos, o que, porém, se mostrou impraticável, devido à oposição do turbulento tirano Policrates, que governava a ilha. Em vista do fracasso de uma tentativa migrou para Crotona, importante cidade da Magna Grécia, que era uma colônia fundada pelos dórios na costa meridional da Itália.

Foi ali que o famoso filósofo fundou a Escola ou Sociedade de Estudiosos, que se tornou conhecida em todo o mundo civilizado como o centro de erudição na Europa; foi ali que, secretamente, Pitágoras ensinou a sabedoria oculta que havia coligido dos ginosophistas e brâmanes da Índia, dos hierofantes do Egito, do Oráculo de Delfos, da Caverna de Ida e da Cabala dos rabinos hebreus e magos caldeus.

Durante cerca de quarenta anos ele lecionou para os seus discípulos e exibiu os seus maravilhosos poderes; mas foi posto um fim à sua instituição, e ele próprio foi forçado a fugir da cidade, devido a uma conspiração e rebelião surgidas em decorrência de uma disputa entre o povo de Crotona e os habitantes de Síbaris; ele conseguiu chegar em Metaponto, onde, segundo a tradição morreu mais ou menos em 500 a.c..

5. Teorema de Pitágoras



“A soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa!”

O Teorema de Pitágoras é considerado uma das principais descobertas da Matemática. Ele descreve uma relação existente no triângulo retângulo. Vale lembrar que o triângulo retângulo pode ser identificado pela existência de um ângulo reto, isto é, que mede 90° . O triângulo retângulo é formado por dois catetos e a hipotenusa, que constitui o maior segmento do triângulo e é localizada oposta ao ângulo reto.

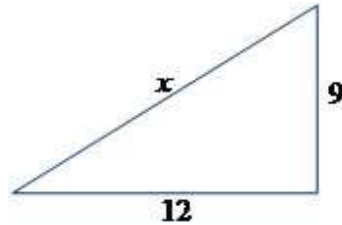
Se um retângulo qualquer for dividido em dois por uma de suas diagonais, dois triângulos retângulos serão obtidos. Logo um triângulo retângulo é aquele que possui um ângulo reto (90°). O nome vem daí.

Sendo \hat{A} ângulo reto, o lado oposto tem o nome de hipotenusa e os dois outros lados são chamados de catetos.

A medida do cateto será **c** (medida do lado oposto ao ângulo), a do cateto será **b** (oposto ao ângulo) e finalmente a hipotenusa (oposto ao ângulo \hat{A} , que é reto) será **a**.

5.1. Exemplos

Calcule o valor do segmento desconhecido no triângulo retângulo a seguir.



$$x^2 = 9^2 + 12^2$$

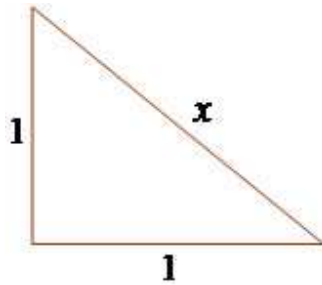
$$x^2 = 81 + 144$$

$$x^2 = 225$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{225}$$

$$x = 15$$

Foi através do Teorema de Pitágoras que os conceitos e as definições de números irracionais começaram a ser introduzidos na Matemática. O primeiro irracional a surgir foi $\sqrt{2}$, que apareceu ao ser calculada a hipotenusa de um triângulo retângulo com catetos medindo 1. Observe:



$$x^2 = 1^2 + 1^2$$

$$x^2 = 1 + 1$$

$$x^2 = 2$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{2}$$

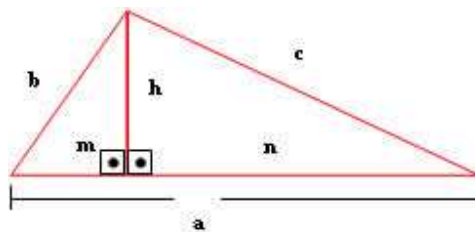
$$x = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} = 1,414213562373\dots$$

5.2. Curiosidades

Existem inúmeras demonstrações deste teorema (lógico, senão não seria um teorema). Entre elas, a de um ex-presidente dos Estados Unidos da América, James A. Garfield, e de Leonardo da Vinci, sem falar em alguns manuscritos, um francês (1564), um inglês (1570) e um chinês (1607), etc.

O teorema de Pitágoras é a soma das seguintes relações:



$$\begin{aligned} &+ \begin{cases} b^2 = am \\ c^2 = an \end{cases} \\ b^2 + c^2 &= a(m + n) \\ b^2 + c^2 &= aa \\ b^2 + c^2 &= a^2 \end{aligned}$$

5.3. Ternas Pitagóricas

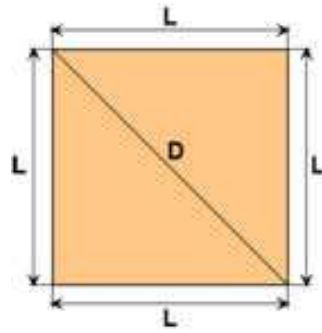
Algumas combinações de três números são chamadas de ternas pitagóricas. É que elas se encaixam perfeitamente ao teorema de Pitágoras (um número ao quadrado, mais outro também ao quadrado, é igual a outro ao quadrado). Exemplo:

3, 4 e 5	▶	$3^2 + 4^2 = 5^2$	$(9 + 16 = 25)$
5, 12 e 13	▶	$5^2 + 12^2 = 13^2$	$(25 + 144 = 169)$
7, 24 e 25	▶	$7^2 + 24^2 = 25^2$	$(49 + 576 = 625)$
8, 15 e 17	▶	$8^2 + 15^2 = 17^2$	$(64 + 225 = 289)$

6. Aplicações do Teorema de Pitágoras

6.1. Diagonal do Quadrado

Dado o quadrado de lado l , a diagonal D do quadrado será a hipotenusa de um triângulo retângulo com catetos l , com base nessa definição usaremos o teorema de Pitágoras para uma expressão que calcula a diagonal do quadrado em função da medida do lado.



$$d^2 = l^2 + l^2$$

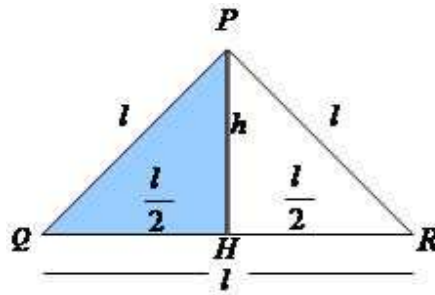
$$d^2 = 2l^2$$

$$\sqrt{d^2} = \sqrt{2l^2}$$

$$d = l\sqrt{2}$$

6.2. Altura de um Triângulo Equilátero

O triângulo PQR é equilátero, vamos calcular sua altura com base na medida l dos lados. Ao determinarmos a altura (h) do triângulo PQR, podemos observar um triângulo retângulo PHQ catetos: h e $l/2$ e hipotenusa h . Aplicando o teorema de Pitágoras temos:



$$h^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 = l^2$$

$$h^2 + \frac{l^2}{4} = l^2$$

$$h^2 = l^2 - \frac{l^2}{4} \text{ (mmc)}$$

$$4h^2 = 4l^2 - l^2$$

$$4h^2 = 3l^2$$

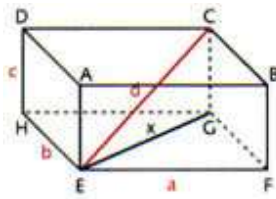
$$h^2 = \frac{3l^2}{4}$$

$$\sqrt{h^2} = \sqrt{\frac{3l^2}{4}}$$

$$h = \frac{l\sqrt{3}}{2}$$

6.3. Diagonal do Bloco Retangular (Paralelepípedo)

Observe o bloco de arestas a , b e c , iremos calcular a diagonal (d), mas usaremos a diagonal x da base em nossos cálculos. Veja:



$$x^2 = a^2 + b^2$$

$$d^2 = x^2 + c^2$$

Substituindo, temos:

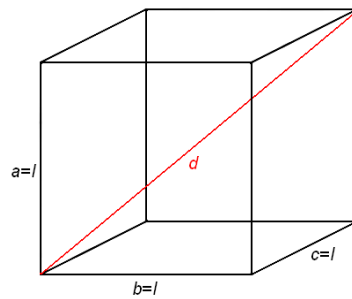
$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

$$\sqrt{d^2} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

6.4. Diagonal do Cubo (caso particular do paralelepípedo)

Consideremos o cubo um caso particular de um bloco retangular, então:



$$a = b = c = l$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$d = \sqrt{l^2 + l^2 + l^2}$$

$$d = \sqrt{3l^2}$$

$$d = l\sqrt{3}$$

7. Bibliografia

Sites Acessados	Data de Acesso
www.brasilecola.com	19/03/2010
www.suapesquisa.com	19/03/2010
www.uol.com.br	19/03/2010
www.portalimpacto.com.br	19/03/2010
http://3.bp.blogspot.com/_48xzWKwbkdU/SZTnxo2-3YI/AAAAAAAAANs/teEPmduXuug/s1600-h/tri1.jpg	20/03/2010