

Nome: _____ Nº _____ - 3º Ano A – EM

1. Semelhança de Figuras Geométricas Planas

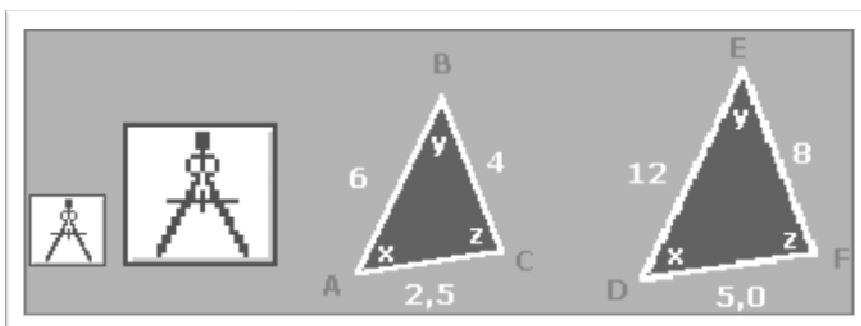
Os estudos iniciais sobre Geometria Plana estão relacionados à Grécia Antiga, também pode ser denominada Geometria Euclidiana em homenagem a Euclides de Alexandria (360 a.C. - 295 a.C.), grande matemático educado na cidade de Atenas e frequentador da escola fundamentada nos princípios de Platão.

Na Matemática é a Geometria que trata da semelhança de figuras de mesmo formato (forma).

Uma ampliação, uma redução e até uma congruência de figuras são exemplos claros de semelhança.

Para que duas ou mais figuras sejam semelhantes, duas condições são necessárias:

- Os ângulos correspondentes devem ser iguais.
- Os comprimentos correspondentes devem ser proporcionais.



Os dois compassos têm exatamente a mesma forma e tamanhos diferentes.

Note que nos dois triângulos os ângulos correspondentes são iguais e que a razão entre os lados (comprimentos) é 2.

Temos:

- $EF=8$ e $BC=4$ logo; $EF/BC = 8/4 = 2$.
- $DE=12$ e $AB=6$ logo; $DE/AB = 12/6 = 2$.
- $DF=5$ e $AC=2,5$ logo; $DF/AC = 5/2,5 = 2$.

Entre as FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS que são semelhantes, temos:

- todos os círculos;
- todos os quadrados.

Entre as FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS que nem sempre são semelhantes, temos:

- os retângulos;
- os triângulos.

Entre os SÓLIDOS GEOMÉTRICOS que são semelhantes, temos:

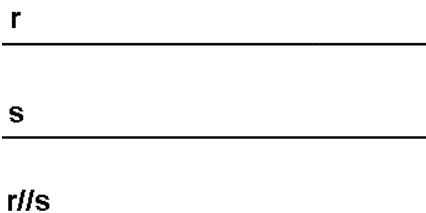
- todos as esferas;
- todos os cubos.

Entre os SÓLIDOS GEOMÉTRICOS que nem sempre são semelhantes, temos:

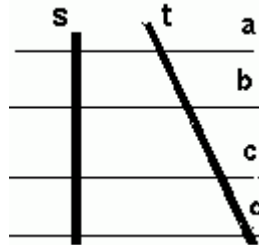
- os cones;
- os paralelepípedos.

1.1. Feixe de Paralelas

Duas retas são paralelas quando mantêm sempre a mesma distância entre si. Assim duas retas paralelas estão em um mesmo plano e não se interceptam.



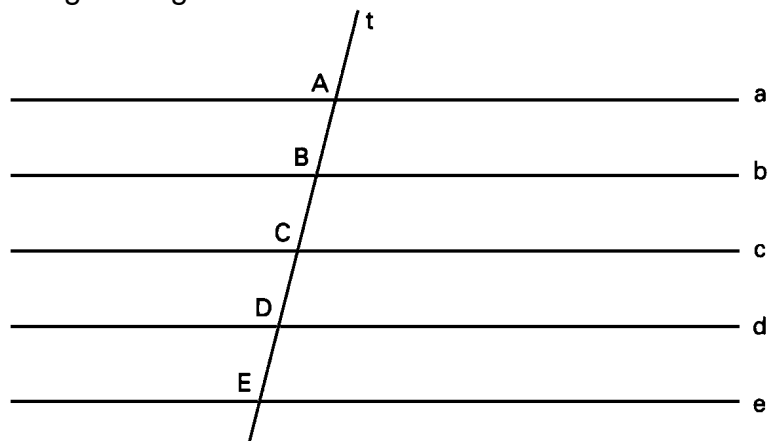
Um conjunto de três ou mais retas paralelas num plano é chamado **feixe de retas paralelas**. A reta que intercepta as retas do feixe é chamada de reta transversal. As retas **a**, **b**, **c** e **d** que aparecem no desenho, formam um feixe de retas paralelas enquanto que as retas **s** e **t** são retas transversais.



Feixe de retas paralelas: $a \parallel b \parallel c \parallel d$

1.1.1. Propriedades de um Feixe de Retas Paralelas

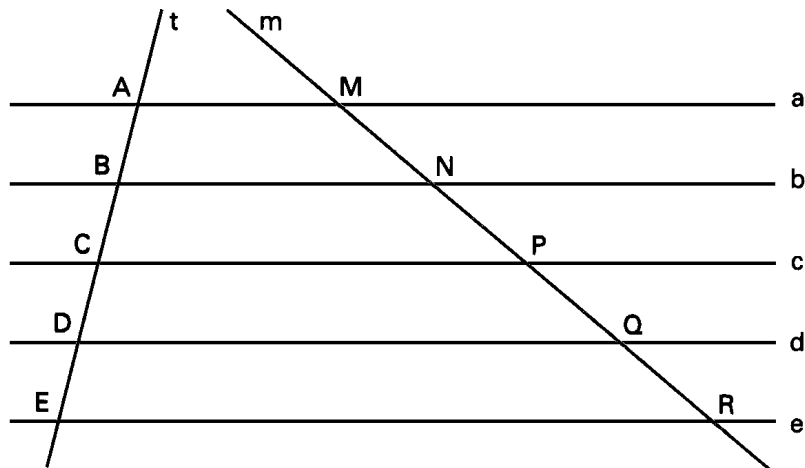
Considerando um feixe de retas paralelas cortadas por uma transversal t . Assim, na transversal ficam determinados os segmentos AB, BC, CD e DE, como mostra a figura seguinte.



Medindo os segmentos com uma régua, vamos obter:

- $AB = BC = CD = DE = 1 \text{ cm}$

Traçando uma reta m , transversal ao feixe de paralelas, determina-se os segmentos MN, NP, PQ e QR.



Medindo os segmentos, irá se obter:

- $MN = NP = PQ = QR = 1,5 \text{ cm}$

Pode-se repetir esse procedimento traçando outras transversais ao feixe de paralelas e verificaremos que os segmentos determinados em cada transversal serão congruentes entre si.

Diz-se, então:

Se um feixe de paralelas determina segmentos congruentes sobre uma transversal, também determina segmentos congruentes sobre qualquer outra transversal.

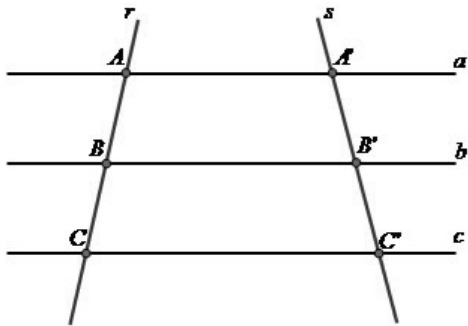
1.2. Teorema de Tales

Tales usou seus conhecimentos sobre Geometria e proporção para determinar a altura de uma pirâmide, concluindo que havia uma proporcionalidade entre as medidas da sombra e da altura dos objetos.

Assim seu Teorema pode ser determinado pela seguinte lei de correspondência:

“Feixes de retas paralelas cortadas ou intersectadas por segmentos transversais formam segmentos de retas proporcionalmente correspondentes”.

Aplicando existente o Teorema de Tales, pode-se determinar o valor dos segmentos AB e BC na ilustração a seguir:



Pela proporcionalidade

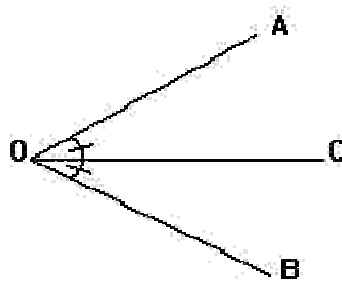
existente no Teorema,

temos a seguinte situação:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$$

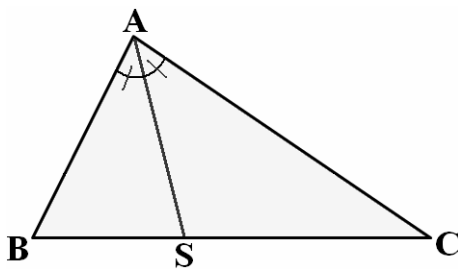
1.3. Teorema da Bissetriz Interna

Dado um ângulo geométrico $\widehat{B\hat{O}A}$ onde a semi-reta OC é tal que $\widehat{A\hat{O}C}$ é congruente a $\widehat{B\hat{O}C}$, então OC é bissetriz do ângulo $\widehat{B\hat{O}A}$.



Assim, uma **bissetriz** é uma semi-reta que divide um ângulo geométrico em outros dois consecutivos e de mesma medida.

Dado um triângulo ABC, fazendo-se uma bissetriz interna do ângulo A que determina sobre o segmento BC um ponto S, tem-se que os segmentos BS e SC formados por este ponto que são diretamente proporcionais aos lados AB e AC, respectivamente.



Assim, Pelo Teorema da Bissetriz Interna:

$$AB/AC = BS/SC$$

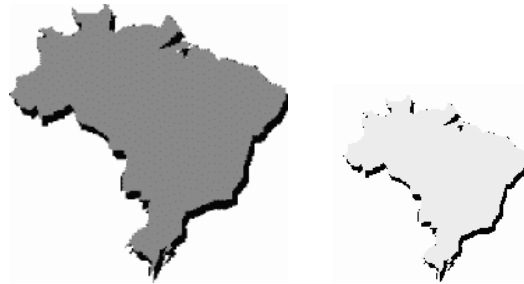
OU

$$AB/BS = AC/SC$$

1.4. Triângulos Semelhantes

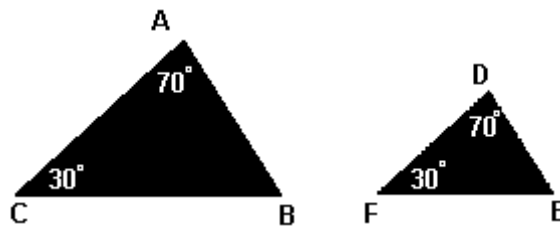
Duas figuras são semelhantes quando têm a mesma forma, mas não necessariamente o mesmo tamanho.

Como mostra o exemplo a baixo:

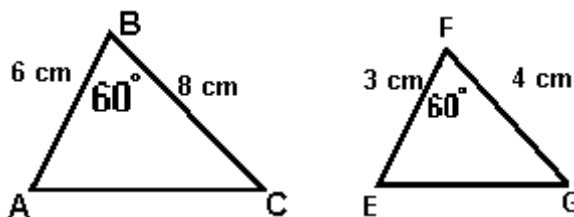


Na geometria plana é dito que dois triângulos são semelhantes quando os ângulos e os lados do primeiro triângulo estão em correspondência com os ângulos e lados do segundo triângulo, de tal forma que:

- Seus ângulos sejam iguais:



- Os lados do primeiro triângulo sejam proporcionais aos lados do segundo:



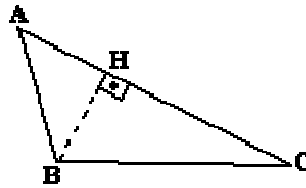
$$\text{Onde: } \frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG} = K$$

Sendo K a razão de semelhança ou constante de proporcionalidade.

Exercícios

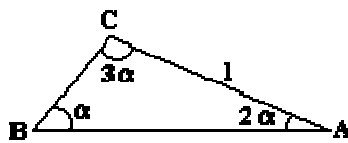
1. Na figura abaixo, $AB = 4$ cm, $\hat{A} = 30^\circ$ e ângulo $C = 45^\circ$. Calcular BH .

- a) 2 cm
- b) 4 cm
- c) 6 cm
- d) $1/2$ cm
- e) 1 cm



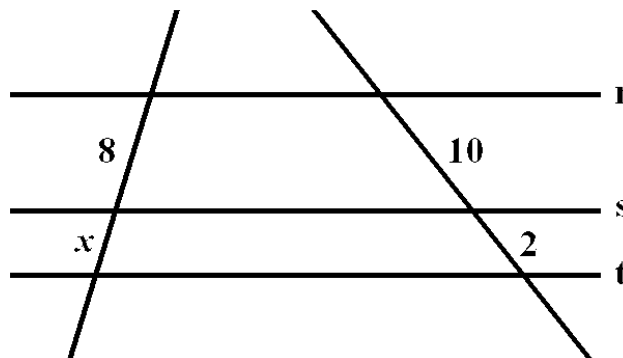
2. (OSEC) No triângulo ao lado, $AC = 1$, então:

- a) $AB = 1$
- b) $AB = 2$
- d) $AB = 4$
- e) $AB = 5$

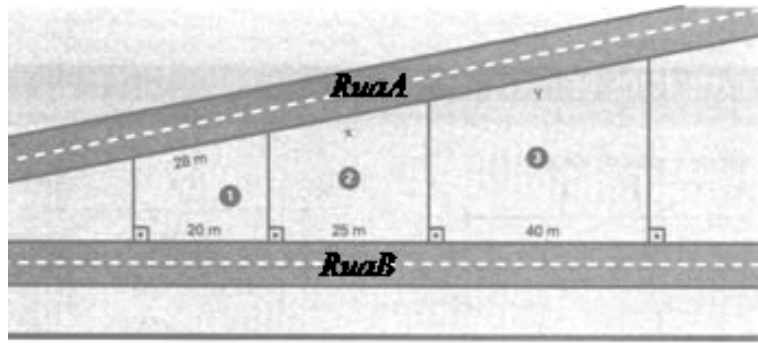


3. Um feixe de quatro paralelas determina sobre uma transversal três segmentos de 6m, 8m e 10m. O mesmo feixe determina sobre outra transversal três segmentos de medidas x , y e z , respectivamente, tais que $x + y + z = 96$ m. Quanto é o valor de $x - y - z$?

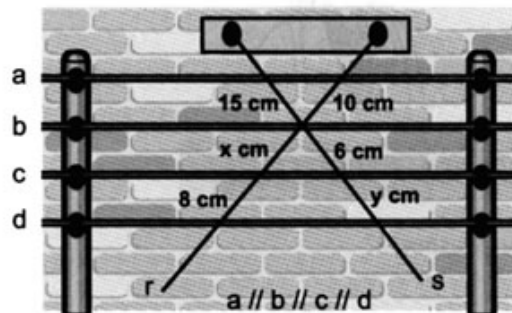
4. Na figura $r \parallel s \parallel t$, determinar a medida x indicada.



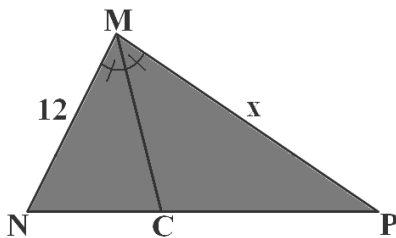
5. Ao analisar a planta de uma quadra de um determinado condomínio, o engenheiro constatou a ausência de algumas medidas nas divisas de certos lotes residenciais. Ele precisa calcular essas medidas do seu próprio escritório, com base nas informações da planta. Observe o desenho detalhado da situação e de o valor de x e y :



6. Ao realizar a instalação elétrica de um edifício, um eletricista observou que os dois fios r e s eram transversais aos fios da rede central demonstrados por a, b, c, d. Sabendo disso, calcule o comprimento x e y da figura.
Obs.: Os fios da rede central são paralelos.



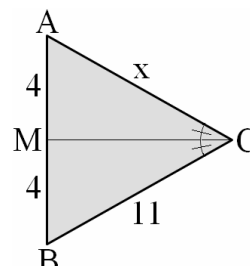
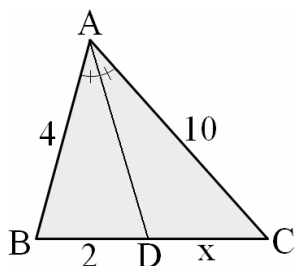
7. Num triângulo MNP, a bissetriz interna MC do ângulo M determina no lado NP os segmentos NC e CP cuja razão é $NC/CP = 2/3$. Sabendo-se que $M = 12$ cm, determinar a medida do lado MP.



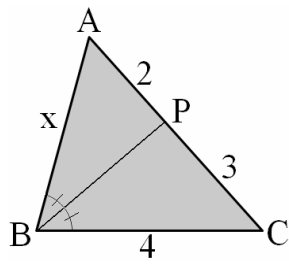
8. Nas figuras seguintes, determine o valor de x .

a) AD é a bissetriz do ângulo A.

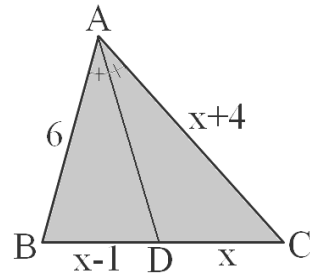
b) CM é a bissetriz do ângulo C.



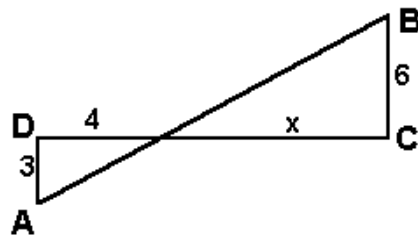
c) BP é a bissetriz do ângulo B.



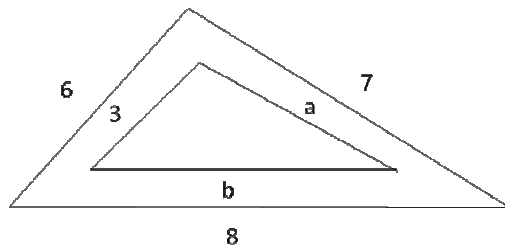
d) AD é a bissetriz do ângulo A.



9. Dê o valor de x para a figura abaixo:



10. Determine a e b , sabendo que os triângulos abaixo são semelhantes.



Respostas dos Exercícios

1-) A

2-) B

3-) - 48

4-) 1,6

5-) $x = 35\text{m}$ e $y = 56\text{ m}$

6-) $x = 4\text{cm}$ e $y = 12\text{ cm}$

7-) $MP = 18\text{ cm}$

8-) a) $x = 5$

b) $x = 11$

c) $x = 6$

d) $x = 4$

9-) 8

10-) $a = 3,5$ e $b = 4$